**Álgebra linear**
**Universidade Pedagogica de Maputo**

**Teste 2.** 28 de julho de 2025

**Sobrenome, nome e numero de identificação:**

**AVISO: Escreva sua resposta** <u>**somente**</u> **neste fólio.**

**Para que um exercício receba a pontuação, tanto a resposta quanto a abordagem e a justificativa devem estar corretas.**

**A presença de notas, livros, telefones celulares, calculadoras e outros dispositivos eletrônicos** não é permitido.

**1. (2,5 pontos)** (por exigência popular). Um professor deve eleger quanto tempo dedicar aos três temas 1, 2 e 3. Inocentemente, pergunta aos estudantes, e recebe solicitações contraditórias. Se $t1, t2, t3$ e a tempo dedicado a cada tema, diferentes estudantes solicitam que sejam seguidas estas recomendações:

$$\begin{array}{cccccc} t_1 & +t_2 & & = & 5 \\ t_1 & +t_2 & +t_3 & = & 9 \\ t_1 & & +t_3 & = & 8 \\ & t_2 & +t_3 & = & 7 \\ & & +t_3 & = & 3 \end{array}$$

Parece claro que a única maneira de satisfazer a os estudantes é usar o método de mínimos quadrados. Encontre a solução de este sistema em o sentido de mínimos quadrados.

**2.**. Vamos $S = \langle (0,1,1,0), (1,-1,1,0), (1,1,3,0) \rangle$ um subespaço de $\mathbf{R}^4$, e $T = \{\alpha x + y - z - t = 0\}$ é um otro subespaço que depende de um parâmetro $\alpha \in \mathbf{R}$.

- **(a. 1 ponto)** Calcule a dimensão do suplementário ortogonal $S^\perp$ de $S$.
- **(b. 2 ponto)** Para $\alpha = 2$, calcule a projeção do vetor $\mathbf{v} = (1,1,1,1)$ sobre $T$.
- **(c. 2 pontos)** Encontre equações para o subespaço $S \cap T$ e calcule sua dimensão em função do parâmetro $\alpha$.

**3 (2,5 pontos)**. Encontre una referência afim para o subespaço $T = \{\alpha x + y - z - t = 1\}$, como função do parâmetro $\alpha$.

**4.** (Recuperação de teste 1). Aos coeficientes $\mathbf{a} = (a_0, a_1, a_2)$ de um polinômio $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ de grado menor o igual que 2 associamos os coeficientes do polinômio $q(x) = p'(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$, a derivada do polinômio $p(x)$.

- Expresse o vector $\mathbf{b} = (b_0, b_1, b_2)$ com os coeficientes de $q(x)$ nela forma $\mathbf{b} = B \cdot \mathbf{a}$, para uma matriz $B$.
- Calcule $B^k$ para qualquer valor de $k \geq 1$.
- Repita o primeiro apartado para os polinômios de grado $\leq n$, e calcule $B^{n+1}$.